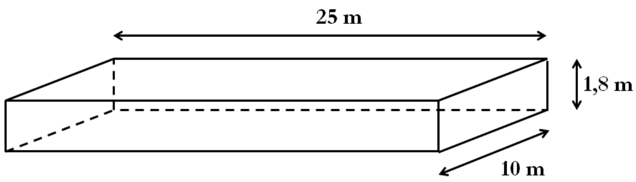
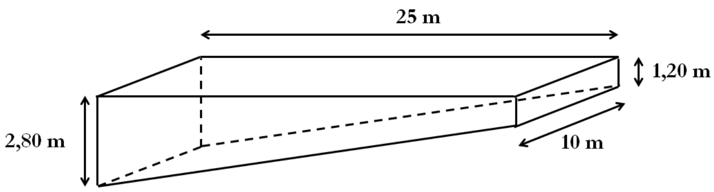
Exercice 52 Remplissage d'une piscine

On considère une piscine de 25 mètres de long et de 10 mètres de large. Son remplissage s'effectue avec une vanne qui assure un débit de $5 m^3$ par heure. La piscine est assimilée à un prisme droit.
Le profil du fond de la piscine dépend du modèle choisi.

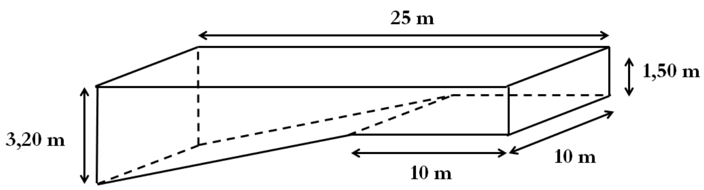
1/



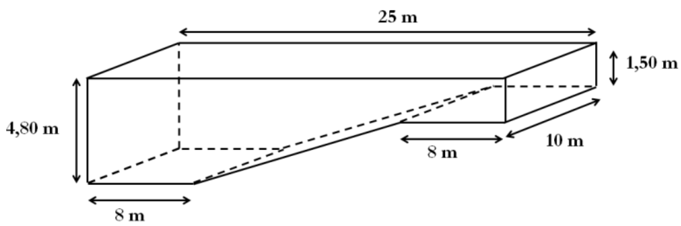
2/



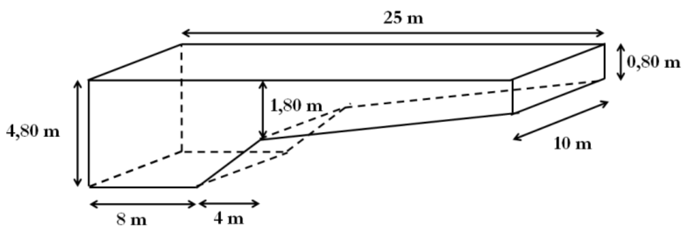
3/



4/



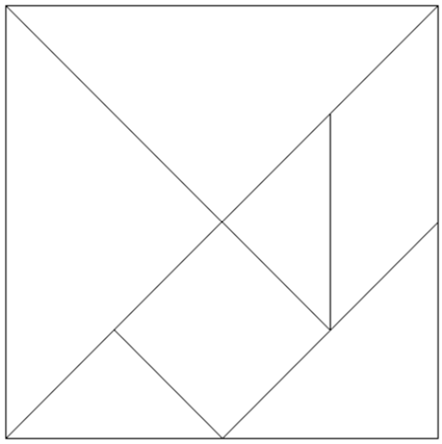
5/



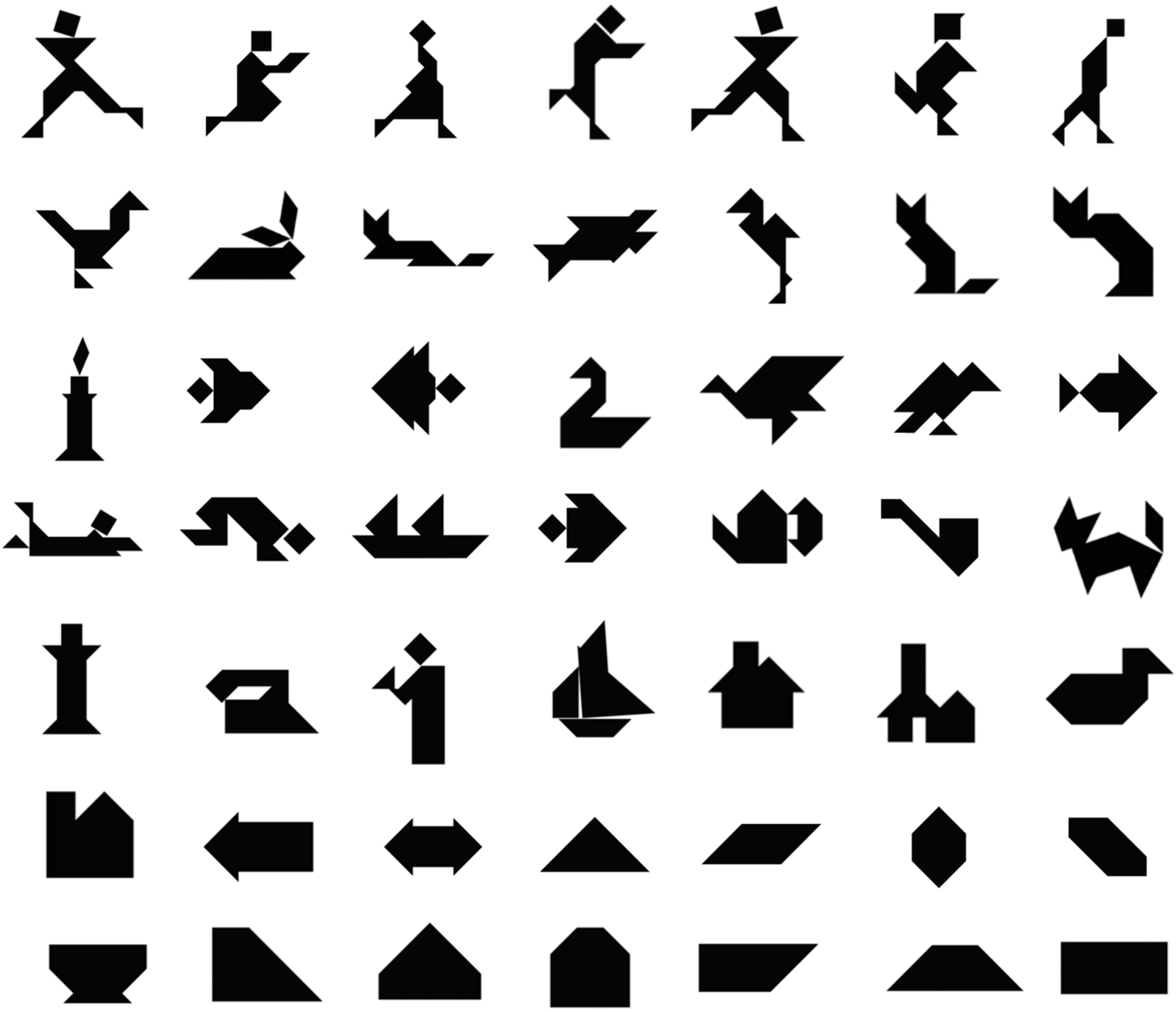
Dans chaque cas, calculer le volume de la piscine en m^3 et déterminer combien de temps il faut pour la remplir. Donner la réponse en jours et en heures.
Chaque piscine étant initialement vide, représenter graphiquement l'évolution de la durée t de remplissage, en heure, en fonction de la hauteur h de l'eau dans la piscine, au plus profond.
Choisir correctement les unités sur chaque axe, la hauteur d'eau figurant en abscisse, la durée en ordonnée.
Dans chaque cas, estimer graphiquement la durée de remplissage pour obtenir les profondeurs de 1, 2, 3, 4 mètres, lorsque c'est possible, et pour remplir la piscine. Vérifier la cohérence des résultats obtenus.

Exercice 53 TANGRAM Voir page 246.

Construire un carré ABCD de 12 centimètres de côté sur une feuille de bristol.
Construire les points précisément et tracer les segments demandés en trait épais mais seulement eux.
Tracer la diagonale [BD] du carré.
H désigne le milieu du segment [BC], I celui du segment [CD].
Construire le segment [HI].
G désigne le milieu du segment [HI]. Tracer le segment [AG].
Le segment [AG] coupe le segment [BD] en E. F désigne le milieu du segment [BE] et J celui du segment [DE]. Tracer les segments [IJ] et [FG].



Utiliser les sept pièces du TANGRAM pour reconstituer chacune des 49 silhouettes proposées.



Cet exercice entraîne à extraire des figures de référence du contexte dans lequel elles sont masquées. Plus la silhouette est compacte, plus il faut faire preuve d'imagination.

Exercice 54 Voir page 188.

On considère le cercle de diamètre [AB], R et S deux points de ce cercle, distincts de A et de B, de part et d'autre de (AB). On appelle O le centre du cercle.

1/ Démontrer que le triangle BOR est isocèle en O. On appelle α la mesure de l'angle $\widehat{OBR}$.

2/ Démontrer que AOR est isocèle en O puis que la mesure de $\widehat{AOR}$ est le double de celle de $\widehat{OBR}$.

3/ On démontrerait de même que la mesure de $\widehat{AOS}$ est le double de la mesure de $\widehat{ABS}$.

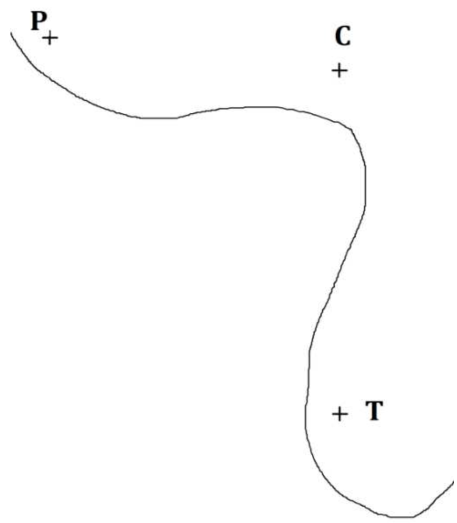
En déduire que $\widehat{ROS} = 2 \times \widehat{RBS}$.

Exercice 55 Repérage en mer Voir pages 183, 190 et 246.

Geneviève est dans un bateau B. Elle réussit à identifier trois amers (points de repère clairement identifiables qui sont reportés sur les cartes marines) le long de la côte. Un phare P, un clocher C et une tour T.

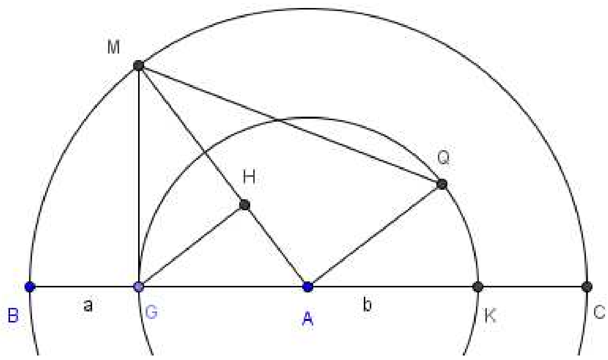
En effectuant des visées avec un sextant, elle mesure les angles $\widehat{CBP} = 60°$ et $\widehat{TBC} = 90°$.

Construire le point B à la règle et au compas.



Exercice 56 Plusieurs moyennes. Problème de synthèse.

On considère deux demi-cercles de centre A d'un même demi-plan. L'un est de diamètre [BC] l'autre de diamètre [GK]. Les points B, G, A, K et C sont alignés dans cet ordre. La perpendiculaire à (BC) passant par G coupe le demi-cercle de diamètre [BC] en M. H est le pied de la hauteur issue de G dans le triangle MGA. La perpendiculaire en A à (MA) coupe le demi-cercle de diamètre [GK] en Q. On pose BG = a et GC = b.



1/ Exprimer en fonction de a et b les longueurs MA, MG, MQ et MH.

2/ Ranger dans l'ordre croissant les nombres a, b, MA, MG, MQ et MH.

3/ On désigne par a et b deux nombres strictement positifs. On suppose que a < b.

On note $m = \dfrac{a+b}{2}$ la *moyenne arithmétique*, $g = \sqrt{a \times b}$ la *moyenne géométrique* de a et b.

On note $h = \dfrac{2ab}{a+b}$ la *moyenne harmonique* de a et b, on remarquera que $\dfrac{1}{h} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}\right)$.

On note $q = \sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$ la *moyenne quadratique* de a et b.

a/ Démontrer que g est la moyenne géométrique de m et h.
b/ Démontrer que m – a est la moyenne géométrique de m et m – h.
c/ Démontrer que b – a est la moyenne harmonique de b et b – h.
d/ Vérifier ces résultats avec a = 104 et b = 234.