

Exercice 19

Voir pages 85 et 93.

Factoriser $K = 5x^2 + 20x + 20$ et $L = 54x^2 - 36x + 6$ puis résoudre l'équation (E).

(E) $12(3x - 1)(x + 2) - (54x^2 - 36x + 6) = 5x^2 + 20x + 20 - (x + 2)(6x + 5)$

Exercice 20

Voir pages 80, 85 et 93.

Un classique de type brevet : Soit $F = 5x^2 + 20x + 20 - (3x + 6)(5x - 4)$ a/ Factoriser F autant que possible.b/ Développer, réduire et ordonner F .c/ Calculer F pour $x = -2$, pour $x = 0$ et pour $x = 1 - \sqrt{3}$.d/ Résoudre l'équation $5x^2 + 20x + 20 - (3x + 6)(5x - 4) = 44$ **Exercice 21** Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R} .

Voir page 92.

a/ $\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+1} = 0$

b/ $\frac{4x^3 - 9x}{(2x+3)(x-1)} = 0$

c/ $\frac{2x+3}{x+1} = \frac{2x-3}{2-x}$

d/ $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x+1}$

e/ $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} = 3$

f/ $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x-3} = 0$

g/ $\frac{1}{x(x-1)} + \frac{3}{x(x-3)} - \frac{3}{(x-1)(x+2)} = 0$

Exercice 22 Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R} privé des valeurs interdites. Voir page 95.

a/ $\sqrt{x+5} = 4$

b/ $\sqrt{(x-2)(x-3)} = x-2$

c/ $\sqrt{x+1} + \sqrt{1-x} = 3$

Exercice 23 Louis-Nicolas entreprend un voyage de 390 km. Parti à 8h00, il roule en plaine à la vitesse de 80 km/h jusqu'au moment où la route présente une pente régulière le contraignant à rouler à 60 km/h. Il arrive à 13h00. Trouver les distances parcourues en plaine et en montée.

A quelle heure se fait le changement de vitesse ? B.E.P.C.

Voir pages 63 et 91.

Exercice 24 Les joies des voyages

Voir page 57.

Antoine roule à bord d'un véhicule qui consomme 8 litres aux 100 km.

Il effectue un trajet de 150 miles et achète son carburant 3,937 US\$ le gallon.

Calculer le coût du carburant en € pour ce trajet. Avec calculatrice.

On donne : 1 Gallon (US) = 3,785329 litres, 1 mile = 1,609344 km et 1 US\$ = 0,63654 €

Exercice 25 Un généreux donateur possède une certaine somme qu'il partage entre trois personnes A, B et C proportionnellement aux nombres 5, 6 et 7. Puis il change d'avis et partage finalement proportionnellement à 4, 5 et 6. Qui y gagne ? Qui y perd ? Dans ce deuxième partage, l'un des bénéficiaires obtient 120 € de plus qu'initialement. Déterminer le montant à partager et la part que chacun reçoit finalement.

Voir pages 43 et 91.

Exercice 26 Le professeur Pofpof a 3 filles. L'aînée a deux ans de plus que la cadette qui elle-même a deux ans de plus que la benjamine. La somme des âges des deux aînées est égale au triple de l'âge de la benjamine. Déterminer l'âge de chacune des filles du Docteur.

Voir page 91.

Exercice 27 Stanislas est allé cueillir des pommes. Il est très généreux. Sur le chemin du retour il donne la moitié de sa récolte à un nécessiteux plus une pomme, puis il en rencontre un autre et là encore il lui donne la moitié de ce qui lui reste plus une pomme. Il rencontre alors un de ses amis auquel il donne cinq pommes. Il lui en reste alors une seule. Combien de pommes avait-il après sa cueillette ?

Voir page 91.

Exercice 28 Hubert fait une promenade à bicyclette.

Voir pages 63 et 91.

Il effectue le trajet aller à la vitesse moyenne de 24 km/h et le trajet retour à 20 km/h de moyenne.

Déterminer la distance parcourue sachant que la promenade a duré 3 heures.

Exercice 29 Deux mules avancent le long d'un chemin de montagne. Voir pages 91 et 101.
 « Quand j'aurai l'âge que tu as nous aurons 13 ans à deux » dit celle qui marche en tête.
 « Quand j'avais l'âge que tu as nous avions 9 ans à deux » répond l'autre.
 Déterminer l'âge de chaque mule.
 La plus jeune se lamente : « Ma charge est trop lourde ».
 L'autre lui répond : « Si tu me donnais le tiers de ta charge, la mienne serait le double de la tienne ».
 Déterminer la charge que porte la mule la plus âgée sachant qu'elles se répartissent une charge de 120 kg.

Exercice 30 Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes. Voir page 109.

a/ $5x - 7 < -9x + 4$ b/ $-x\sqrt{3} + 7 > -5$ c/ $2^{10}(x-2) \geq 2^{11}x + 2^7$
 d/ $3\sqrt{2}x - 5 \geq 5x - 3$ e/ $\frac{3}{4}x + \frac{5}{3} \leq \frac{7}{8}x - \frac{7}{3}$ f/ $\frac{2x-15}{3} - \frac{x-5}{4} \leq 5 - \frac{2x-5}{6}$
 e/ $\frac{5}{3}x + \frac{11}{2} - \frac{2x}{5} > \frac{3x}{2} - \frac{x}{3} + 4$ h/ $2(4x-3) - 3(5-x) > 5(x-3) + 7(x+2)$ i/ $3\sqrt{2}x - 4 < \sqrt{18}x + 1$

Exercice 31 Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes. Voir page 109.

a/ $\frac{2x-9}{9} - \frac{x-6}{7} \geq \frac{x-11}{8}$ b/ $\frac{5x+2}{4} - \frac{3x+2}{8} < \frac{4x+5}{5} - \frac{x-10}{3}$
 c/ $\frac{5x-4}{7} - \frac{3x-5}{4} > \frac{x+14}{5}$ d/ $\frac{4x-5}{5} - \frac{x-8}{6} \leq \frac{2x+8}{3} - \frac{2x-13}{9}$

Exercice 32 Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes. Voir page 110.

a/ $(2x-1)(x+3) \leq 0$ b/ $(2x+1)^2 \geq (5x-7)^2$ c/ $(x^2-4)(x-1) > 0$
 d/ $\frac{4-2x}{x+3} \leq 0$ e/ $\frac{(x^2+1)(x-4)}{2x-1} > 0$ f/ $(x+1)^2(5x-1) \geq (x+1)^2$
 g/ $\frac{x-1}{x+1} \geq \frac{-2}{(x+1)^2}$ h/ $\frac{2x-3}{x-1} > \frac{x-1}{2x-3}$ i/ $\frac{5x+1}{3x-6} \leq \frac{2x-3}{4x-8}$

Exercice 33 Résoudre les systèmes suivants. Voir page 102 à 105.

a/ $\begin{cases} x + y = 20 \\ \frac{x}{y} = \frac{1}{3} \end{cases}$ b/ $\begin{cases} (\sqrt{3}-\sqrt{2})x + y = \sqrt{2} \\ x + (\sqrt{3}+\sqrt{2})y = \sqrt{6} \end{cases}$ c/ $\begin{cases} \frac{(x-1)^2 - (x-5)^2}{(y+1)^2 - (y-1)^2} = 1 \\ 2x - y = 45 \end{cases}$
 d/ $\begin{cases} \frac{1-2x}{3y-4} = \frac{4x+2}{6(2-y)} \\ \frac{x-2}{x+3} = \frac{y}{y-3} \end{cases}$ e/ $\begin{cases} (\sqrt{2}-1)x + \sqrt{3}y^2 = 4 \\ (\sqrt{2}+1)x - \sqrt{3}y^2 = 2\sqrt{2} \end{cases}$ f/ $\begin{cases} x + 2y + z = 9 \\ -x + y - 2z = 2 \\ 2x - y - z = 9 \end{cases}$
 g/ $\begin{cases} \frac{12}{x} + \frac{7}{y} = 71 \\ \frac{18}{x} + \frac{13}{y} = 89 \end{cases}$ h/ $\begin{cases} \frac{5}{\sqrt{4-x}} + \frac{2}{\sqrt{y+1}} = 16 \\ \frac{1}{2\sqrt{4-x}} + \frac{1}{6\sqrt{y+1}} = \frac{3}{2} \end{cases}$ i/ $\begin{cases} \frac{3}{4(x-2)} + \frac{7}{3(y-1)} = 41 \\ \frac{5}{2(x-2)} - \frac{3}{5(y-1)} = 11 \end{cases}$

Exercice 34 Résoudre les équations et inéquations suivantes. Voir page 167.

a/ $|x+3| = 4$ b/ $|2x+3| \geq 10$ c/ $|2x+7| > |3x-1|$ d/ $|x-2| - |x-1| = 2$
 e/ $|2x+3| = |2x-2| - |3x+3|$ f/ $|2x+3| + |3x-1| = -2x$

Exercice 35

Voir page 103.

Déterminer les valeurs de a et de b pour que le système suivant en x et y admette pour solution le couple $(3; -7)$.

$$\begin{cases} (a + b)x + (a - b)y = 15 \\ (2a - 3b)x + (2a - 5b)y = a + 2b \end{cases}$$

Exercice 36

Voir pages 62, 63 et 91.

Pour un trajet donné, si la vitesse d'un train augmente de 5 km/h, on gagne 37 minutes et 30 secondes, si elle diminue de 5 km/h on perd 50 minutes. Déterminer la vitesse du train et la longueur du parcours.

Exercice 37 Partage d'un disque.

Voir page 103 et page 304.

Le cercle de centre O et de rayon 1 est partagé en quatre quarts selon deux diamètres perpendiculaires qui définissent quatre rayons. Construire la médiatrice de chaque rayon. Elles se coupent en A, B, C et D qui sont les sommets d'un carré de côté 1. Le disque de centre O et de rayon 1 est ainsi partagé en 16 parties dont les aires sont x, y et z , dans l'ordre croissant. Démontrer que $z = \frac{1}{4}$.

a/ Montrer que $x + 2y = \frac{\pi - 1}{4}$.

b/ Déterminer une autre relation liant x et y .

c/ Résoudre le système obtenu.

d/ Déterminer l'aire des différentes parts d'un disque de rayon 2 découpé de cette manière.

Exercice 38

Voir pages 98 à 100 trois méthodes pour résoudre ce problème.

Big Jim, le conducteur d'Owl Express dit « Un cylindre de la locomotive étant hors d'usage, une heure après avoir quitté la gare, nous avons dû continuer le voyage à une vitesse égale aux $\frac{3}{5}$ de notre vitesse initiale. Cela nous fit arriver à la gare suivante avec deux heures de retard. Si l'accident était arrivé 50 km plus loin, nous serions arrivés 40 minutes plus tôt. » Quelle distance sépare les deux gares ?

D'après *Les casse-tête de Sam Lloyd* Martin Gardner Edition Dunod. Cet exercice n'est pas concerné par la licence creative commons, nous le citons à titre d'exemple.

Exercice 39 Problème d'âge très connu. Voir page 101 une méthode pour résoudre ce type de problème.

« J'ai trois fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez. Quand vous aurez l'âge que j'ai, nous aurons 140 ans à nous deux. Trouvez mon âge. »