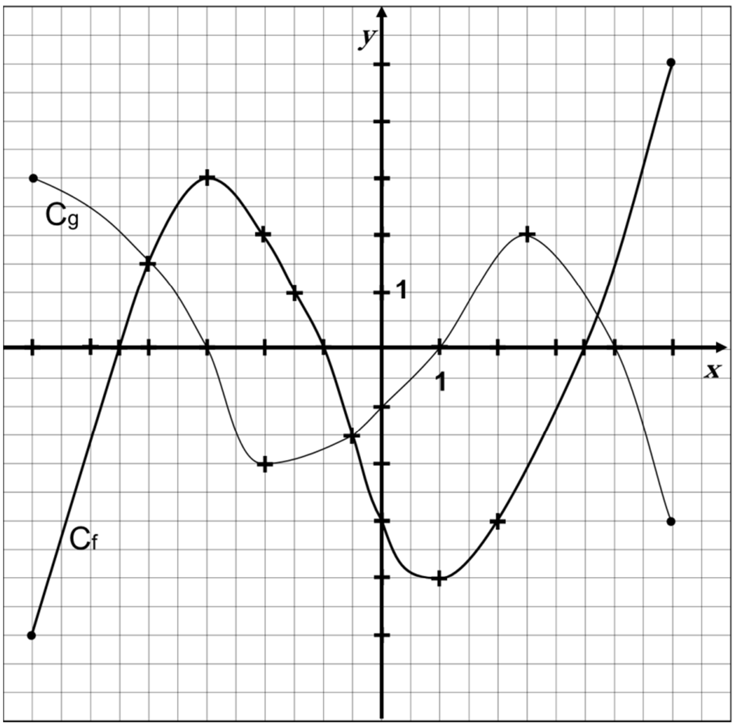
1/ Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
2/ Déterminer l'image par g de – 3.
3/ Déterminer l'image par f de g(– 3).
4/ Déterminer l'image par f de l'image par g de $\frac{5}{2}$.
5/ Dresser le tableau de variations de la fonction g sur son ensemble de définition.
6/ Quels sont les extrema relatifs non absolus de f sur son ensemble de définition ?
7/ Dresser le tableau de signe de f.
8/ Sachant que $-3 < -2 < \frac{1}{2} < 1$, comparer f(– 2) et f($\frac{1}{2}$).
9/ Quel est le maximum de la fonction g sur l'intervalle [– 4 ; 4] ?
10/ Combien le nombre 2 a-t-il d'antécédent(s) par f ?
11/ Résoudre graphiquement le système de deux inéquations $f(x) < g(x)$ et $-5 < x < 2$.
12/ Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = 0$ dans $\mathbb{R}$.
13/ Résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) \geq 2$
14/ Soit k un nombre supérieur ou égal à 1.
Selon la valeur de k déterminer le nombre de solutions de l'équation $g(x) = k$.
15/ Résoudre graphiquement l'équation $f(x) - g(x) = 0$
16/ Le produit $f(x) \times g(x)$ est positif lorsque f(x) et g(x) sont de même signe ou que l'un des deux facteurs est nul. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \times g(x) \geq 0$.
17/ Déterminer l'image par g de l'image par g de l'antécédent entier de 3 par f.
18/ Déterminer l'ensemble des nombres qui n'admettent pas d'antécédent par la fonction f.
19/ Déterminer l'ensemble des nombres qui admettent exactement un antécédent par la fonction g.
20/ Déterminer le coefficient directeur de la droite (AB) avec A(– 3 ; f(– 3)) et B(1 ; g(1)).

On considère maintenant la fonction h définie par $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.

21/ Déterminer l'ensemble de définition de la fonction h.
22/ Déterminer le nombre d'antécédents de 1 par h.



Exercice 41 La représentation graphique le la fonction linéaire f passe par le point A(2 ; 5/3)
Déterminer le coefficient de f et l'image de 3/4 par f. Déterminer l'antécédent de 5/2 par f .

Le point B(6 ; 5) appartient-il à la représentation graphique de f ?

Même question pour le point C(306, 255) et pour le point D(612 ; 509). Voir page 142.

Exercice 42 Un cycliste et un motocycliste partent au même moment du même endroit sur une route. Ils suivent le même trajet le long de cette route. Représenter graphiquement la distance parcourue par chacun d'eux sachant qu'ils roulent à vitesse constante, que le cycliste effectue 35 km en 1h 10 min et que le motocycliste effectue 80 km en 1h 20 min. Déterminer graphiquement l'avance prise par le motocycliste sur le cycliste après 2h 20 minutes de trajet. Déterminer graphiquement la durée de l'intervalle de temps qui sépare leur passage sur un pont situé à 65 km de leur point de départ. Voir pages 62 et 63.

Exercice 43 Un bateau fait la navette entre deux villes A et B sur un fleuve. Voir pages 98 et 147.
La ville B est située 36 km en aval de la ville A. Selon que le bateau remonte le courant ou le descend, la vitesse du courant se retranche ou s'ajoute à la vitesse propre du bateau par rapport à l'eau.
Le bateau part de A à 8h00, arrive en B à 10h00, y reste pendant une heure et repart vers A où il arrive à 14h00.
Déterminer la vitesse propre de bateau et celle du courant.
Un autre bateau part de B à 8h30 avec une vitesse propre de 21km/h. Il s'arrête en A pendant 1h30 et repart vers B. Déterminer graphiquement l'heure et le lieu de chaque rencontre avec le premier bateau.

Exercice 44 Hermine envisage d'acheter une voiture. Voir page 143.
Elle a le choix entre un modèle A à 12000 € qui consomme 4 litres pour 100 km et un modèle B à 10000 € qui consomme 6 litres pour 100 km.

Le modèle A utilise un carburant à 1,34 €/litre et le modèle B utilise un carburant à 1,68 €/litre.

On note x la distance parcourue en milliers de km.

Exprimer la dépense a(x) pour acheter le véhicule A et le carburant pour parcourir x milliers de km avec.

Exprimer la dépense b(x) pour acheter le véhicule B et le carburant pour parcourir x milliers de km avec.

Résoudre l'équation $a(x) = b(x)$.

Représenter dans un repère bien choisi les fonctions a et b pour mettre en évidence ce résultat.

Les autres dépenses étant les même pour les deux véhicules, au bout de combien de km le véhicule A se révèle plus économique que le véhicule B ?

Hermine quitte la route des yeux pour lire un SMS. La roue avant droite heurte un plot en béton, c'est lui qui gagne ! Le véhicule A n'est pas économiquement réparable… son compteur indique 35000 km.

Quelle aurait été l'économie d'Hermine si, dans les mêmes circonstances, elle avait acheté l'autre modèle ?

Exercice 45 Abonnement ou pas ? Voir pages 142 et 143.
Domitille effectue souvent un trajet en car. La compagnie lui propose deux tarifs.

Le tarif normal à 35 € par trajet ou un abonnement annuel à 150 € pour bénéficier de billets à 20 €.

Soit x le nombre de trajets effectués dans l'année. Soit t(x) le prix à payer avec le tarif normal et soit a(x) le prix à payer avec l'abonnement. Donner l'expression des fonctions t et a.

Tracer dans un même repère le courbes représentatives des fonctions t et a. On prendra 1 cm pour unité sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 50 € sur l'axe des ordonnées.

Combien de trajets faut-il effectuer chaque année pour amortir le prix de la carte d'abonnement ?

Retrouver ce résultat par le calcul.

Exercice 46 Les tranches de l'impôt. Voir page 147.

Pour tous les résultats on arrondira à l'euro inférieur (troncature à l'unité).
Le barème officiel 2007 pour le *calcul de l'impôt* sur les revenus de 2006 en fonction du montant du revenu imposable (RI), pour une part, est le suivant :

- 1ère tranche RI ≤ 5614 € Taux 0 %
- 2nde tranche 5614 € < RI ≤ 11198 € Taux 5,5 %
- 3ème tranche 11198 € < RI ≤ 24872 € Taux 14 %
- 4ème tranche 24872 € < RI ≤ 66679 € Taux 30 %
- 5ème tranche 66679 € < RI Taux 40 %

A titre d'exemple, pour un revenu imposable de 18 000 €, le montant de l'impôt se calcule de la manière suivante :

$$I = 5614 \times \frac{0}{100} + (11198 - 5614) \times \frac{5{,}5}{100} + (18000 - 11198) \times \frac{14}{100}$$

18 000 est dans la troisième tranche, les 5 614 premiers euros ne sont pas soumis à l'impôt, les 5 584 suivants sont taxés à 5,5% et les 6 802 derniers sont taxés à 14%.
Le montant total de l'impôt est I = 0 + 307,12 + 952,28 = 1259,40 ce qui représente environ 7% du revenu imposable.

Le lecteur remarquera que le montant de l'impôt ne double pas brutalement lorsque le revenu imposable du contribuable passe de 24 870 € à 24 875 €. Le contribuable change de tranche et son taux marginal d'imposition passe de 14% à 30% mais seuls les trois derniers euros sont taxés à 30%.

1/ Construire la représentation graphique de la fonction f qui à tout revenu imposable x compris entre 0 et 150 000 € associe le montant de l'impôt sur le revenu.
On pourra commencer par calculer le montant de l'impôt aux bornes de chaque tranche.
2/ Calculer le montant de l'impôt sur le revenu pour les revenus imposables indiqués dans le tableau suivant. On pourra vérifier sur le graphique la cohérence des résultats obtenus.
Puis calculer dans chaque cas la part du revenu imposable consacrée à cet impôt.

RI	10 000 €	20 000 €	40 000 €	80 000 €
Impôt				
Part de l'impôt en %				

3/ Pour quel revenu imposable la part de l'impôt sur le revenu est-elle égale à 20% du revenu imposable ? On pourra proposer une méthode graphique et vérifier en mettant le problème en équation.

4/ Dans chaque tranche, déterminer l'expression de f.

5/ Reprendre cet exercice avec le barème actuel, comparer.

Exercice 47 Inégalités et fonctions trinôme Voir pages 150 et suivantes.

Question préliminaire : développer, réduire et ordonner $A = (x - 1)^2 - 2$.

1/ Construire la courbe C_f représentative de la fonction f qui à tout x de $[-2 ; 4]$ associe $x^2 - 2x - 1$.
2/ Etudier avec la méthode de votre choix le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $] -2 ; 1]$.
3/ Etudier avec une autre méthode le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 4]$.
4/ Ordonner $f(\sqrt{2})$ et $f(\sqrt{3})$. Justifier.
5/ Tracer la droite (d) parallèle à la première bissectrice et qui passe par le point de C_f d'abscisse 3.
Soit g la fonction dont la représentation graphique est la droite (d). Donner l'expression de g(x).
6/ Résoudre graphiquement puis par le calcul l'inéquation $f(x) < g(x)$.

Exercice 48 Hyperbole et faisceau de droites Voir pages 159 et suivantes.

Soit (H) l'hyperbole d'équation $y = \frac{2}{x}$ et la droite (D_m) d'équation $y = m(x + 1) - 2$ où m désigne un paramètre réel. Démontrer que quelle que soit la valeur du paramètre m, la droite (D_m) passe par un point fixe dont on précisera les coordonnées. Déterminer la valeur du paramètre m pour que la droite (D_m) et l'hyperbole (H) admet un seul et unique point commun. Préciser alors les coordonnées de ce point.

Exercice 49 Partie entière, partie décimale et signe Voir page 140.

Utiliser les fonctions qui à x associent E(x), d(x) et sgn(x) pour déterminer une expression des fonctions :
a/ f qui à un réel x quelconque associe sa troncature à l'unité.
b/ g qui à un réel x quelconque associe la partie décimale de sa valeur absolue.

Vérifier que les expressions proposées fonctionnent aussi bien pour des nombres décimaux positifs que négatifs, en particulier pour les entiers relatifs.

Exercice 50 Triplets pythagoriciens Voir page 210.

On appelle *triplet pythagoricien*, trois nombres positifs a, b et c qui vérifient la relation $\mathbf{a^2 + b^2 = c^2}$.

1/ Vérifier que les triplets suivants sont pythagoriciens :
(3 ; 4 ; 5) , (5 ; 12 ; 13) , (7 ; 24 ; 25) , (8 ; 15 ; 17) , (9 ; 40 ; 41) , (11 ; 60 ; 61) , (12 ; 35 ; 37),
(13 ; 84 ; 85) , (15 ; 20 ; 25) , (20 ; 21 ; 29) , ...

2/ Soit m = 3 et n = 2.
a/ Calculer $a = m^2 + n^2$, $b = m^2 - n^2$ et $c = 2mn$
b/ Tracer le triangle de côtés a , b et c.
c/ Est-il rectangle ?
3/ Généralisation
a/ Montrer que pour tout entier m et n, n étant plus petit que m, $(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = (m^2 + n^2)^2$
En déduire que les nombres $m^2 - n^2$, 2mn et m^2+n^2 forment un triplet pythagoricien.
b/ Trouver trois autres triangles rectangles dont les longueurs des côtés sont des entiers naturels.

Exercice 51 Sept allumettes Voir page 188.

Sept allumettes de même longueur sont disposés de telle sorte que les points O, A, E et C d'une part et les points O, F, B et D d'autre part soient alignés.
Déterminer la mesure de l'angle de sommet O.
Indice : Triangles isocèles.